**微专题6高考中的概率与统计问题**

id:2147492117;FounderCES

一、选择题(每小题5分,共15分)

1*.*某市园林绿化局在名贵树木培埴基地种了一批红豆杉树苗,为了解这批红豆杉树苗的生长状况,随机抽取了15株进行检测,这15株红豆杉树苗的高度(单位:cm)的茎叶图如图6*-*1所示,利用样本估计总体的思想,求培埴基地种植的这批红豆杉树苗的高度在(140,145)内的概率为()

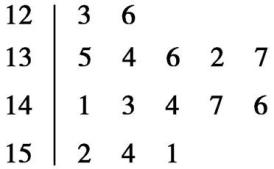


图6*-*1

A.0.3 B.0.4 C.0.2 D.0.1

2*.* 如图6*-*2,正方形*BCDE*和正方形*ABFG*的边长分别为2*a*和*a*,连接*CE*和*CG*,现将一把芝麻随机地撒在该图形中,则芝麻落在阴影部分的概率是()

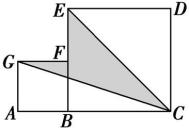


图6*-*2

A. B. C. D.

3*.*日常生活中,常听到一些谚语、俗语,比如“三个臭皮匠,顶个诸葛亮”,这句话有没有道理呢?我们假设三个臭皮匠中的老大、老二、老三能独立解出同一道问题的概率依次是0*.*6,0*.*5,0*.*4,而诸葛亮能独立解出同一道问题的概率是0*.*9,则三个臭皮匠与诸葛亮解出同一道问题的概率较大的是()

A.三个臭皮匠 B.诸葛亮 C.一样大 D.无法确定

二、填空题(每小题5分,共10分)

4*.*已知函数*f*(*x*)*=*log2*x+*2log4*x*,其中*x*∈(0,4],若在[,4]上随机取一个数*x*0,则*f*(*x*0)≤0的概率为*.*

5*.* 第十三届全运会于2017年8月27日在天津举行,在自由体操比赛中,5位评委给甲、乙两位体操运动员打分(满分为30分)的茎叶图如图6*-*3所示,则甲、乙两位体操运动员中,得分的方差较大的是*.*(填甲或乙)

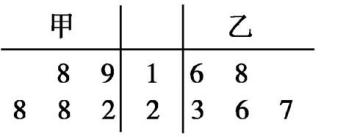


图6*-*3

三、解答题(共36分)

6*.*(12分)已知鸡的产蛋量与鸡舍的温度有关*.*为了确定某一个时段鸡舍的控制温度,某企业需要了解鸡舍的时段控制温度*x*(单位:℃)对某种鸡的时段产蛋量*y*(单位:t)和时段投入成本*z*(单位:万元)的影响*.*为此,该企业选取了7个鸡舍的时段控制温度*xi*和产蛋量*yi*(*i=*1,2,…,7)的数据,对数据初步处理后得到了如图6*-*4所示的散点图及一些统计量的值*.* 其中*ki=*ln *yi*,*=ki.*

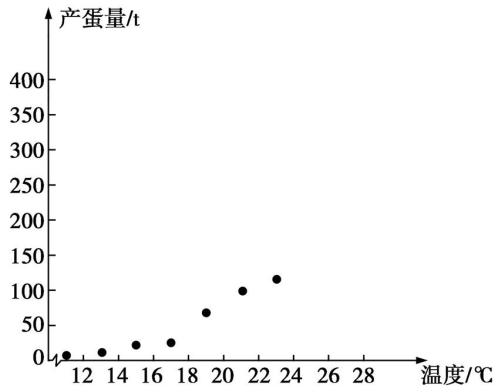


图6*-*4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | (*xi-*)2 | (*ki-*)2 | (*xi-*)(*yi-*) | (*xi-*)(*ki-*) |
| 17*.*40 | 82*.*30 | 3*.*60 | 140*.*00 | 9*.*70 | 2 935*.*10 | 35*.*00 |

(1)根据散点图判断,*y=bx+a*与*y=c*1(e为自然对数的底数)哪一个适宜作为该种鸡的时段产蛋量*y*关于鸡舍的时段控制温度*x*的回归方程类型?(给出判断即可,不必说明理由)

(2)根据(1)的判断及表中的数据,建立*y*关于*x*的回归方程;

(3)已知时段投入成本*z*与*x*,*y*的关系为*z=*e*-*2*.*5*y-*0*.*1*x+*10,当鸡舍的时段控制温度为28 ℃时,鸡的时段产蛋量及时段投入成本的预报值是多少?

附:对于一组具有线性相关关系的数据(*u*1,*v*1),(*u*2,*v*2),…,(*un*,*vn*),其回归直线*v=βu+α*的斜率和截距的最小二乘估计分别为*=*,*=-.*

参考数据:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| e*-*2*.*5 | e*-*0*.*75 | e | e3 | e7 |
| 0*.*08 | 0*.*47 | 2*.*72 | 20*.*09 | 1 096*.*63 |

7*.*(12分)继微信支付对提现收费后,支付宝也开始对提现收费,目前,随着这两大用户使用粘度最高的第三方支付开始收费,业内人士分析,部分对价格敏感的用户或将回流至传统银行体系*.*某调查机构对此进行调查,并从参与调查的数万名支付宝用户中随机选取200人,把这200人分为3类:认为使用支付宝方便,仍使用支付宝提现的用户称为“*A*类用户”;根据提现的多少确定是否使用支付宝的用户称为“*B*类用户”;提前将支付宝账户内的资金全部提现,以后转账全部通过银行的用户称为“*C*类用户”,各类用户的人数如图6*-*5所示,同时把这200人按年龄分为青年人组与中老年人组,制成如下所示的2*×*2列联表*.*

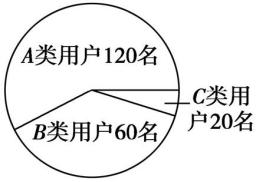


图6*-*5

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *A*类用户 | 非*A*类用户 | 合计 |
| 青年 |  | 20 |  |
| 中老年 | 40 |  |  |
| 合计 |  |  | 200 |

(1)完成2*×*2列联表,并判断是否有99*.*9*%*的把握认为“*A*类用户与年龄有关”;

(2)从这200人中按*A*类用户、*B*类用户、*C*类用户进行分层抽样,从中抽取10人,再从这10人中随机抽取4人,求在这4人中*A*类用户、*B*类用户、*C*类用户均存在的概率;

(3)把频率作为概率,从支付宝所有用户(人数很多)中随机抽取3人,用*X*表示所选3人中*A*类用户的人数,求*X*的分布列与数学期望*.*

附:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *P*(*K*2≥*k*0) | 0*.*01 | 0*.*05 | 0*.*025 | 0*.*010 | 0*.*005 | 0*.*001 |
| *k*0 | 2*.*706 | 3*.*841 | 5*.*024 | 6*.*635 | 7*.*879 | 10*.*828 |

参考公式:*K*2*=*,其中*n=a+b+c+d.*

8*.*(12分)某婴幼儿游泳馆为了吸引顾客,推出优惠活动,即对首次消费的顾客按60元收费,并注册成为会员,对会员消费的不同次数给予相应的优惠,标准如下:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 消费次数 | 第1次 | 第2次 | 第3次 | 不少于4次 |
| 收费比例 | 1 | 0*.*95 | 0*.*90 | 0*.*85 |

该游泳馆从注册的会员中,随机抽取了100位会员统计他们的消费次数,得到数据如下:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 消费次数 | 1次 | 2次 | 3次 | 不少于4次 |
| 频数 | 60 | 25 | 10 | 5 |

假设每位顾客游泳1次,游泳馆的成本为30元*.*根据所给数据,回答下列问题:

(1)估计该游泳馆1位会员至少消费2次的概率;

(2)某会员消费4次,求这4次消费中,游泳馆获得的平均利润;

(3)假设每个会员每星期最多消费4次,以事件发生的频率作为相应事件发生的概率,从该游泳馆的会员中随机抽取2位,记游泳馆从这2位会员的消费中获得的平均利润之差的绝对值为*X*,求*X*的分布列和数学期望*E*(*X*)*.*

**答案**

1*.*C由茎叶图知,红豆杉树苗的高度在(140,145)内的有141,143,144,所以所求概率为=0*.*2,故选C*.*

2*.*A设图中阴影部分的面积是*S*,则*S=S*正方形*ABFG+S*△*BCE-S*△*AGC*,∵*S*正方形*ABFG=a*2,*S*△*BCE=*

*×*2*a×*2*a=*2*a*2,*S*△*AGC=*(*a+*2*a*)*×a=a*2,∴*S=a*2,又整体区域的面积为5*a*2,∴芝麻落在阴影部分的概率是*=*,故选A*.*

3*.*B解法一因为三个臭皮匠(至少有一个)解出这道问题,包含的情况有:恰好有一个能解出问题、恰好有两个能解出问题、三个都能解出问题,所以所求概率为0*.*6*×*(1*-*0*.*5)*×*(1*-*0*.*4)*+*(1*-*0*.*6)*×*0*.*5*×*(1*-*0*.*4)*+*(1*-*0*.*6)*×*(1*-*0*.*5)*×*0*.*4*+*0*.*6*×*0*.*5*×*(1*-*0*.*4)*+*0*.*6*×*(1*-*0*.*5)*×*0*.*4*+*(1*-*0*.*6)*×*0*.*5*×*0*.*4*+*0*.*6*×*0*.*5*×*0*.*4*=*0*.*88*<*0*.*9,故选B*.*

解法二三个臭皮匠(至少有一个)解出这道问题的概率为1*-*(1*-*0*.*6)*×*(1*-*0*.*5)*×*(1*-*0*.*4)*=*0*.*88*<*0*.*9*.*故选B*.*

4*.*由对数的换底公式得*f*(*x*)*=*2log2*x*,在[,4]上,由*f*(*x*0)≤0,得*x*0∈[,1],故*f*(*x*0)≤0的概率为*=.*

5*.*乙解法一由题中茎叶图中的数据可知,甲体操运动员得分的平均值为*=×*(18*+*19*+*22*+*28*+*28)*=*23,方差*=×*[(18*-*23)2*+*(19*-*23)2*+*(22*-*23)2*+*(28*-*23)2*+*(28*-*23)2]*=.*乙体操运动员得分的平均值为*=×*(16*+*18*+*23*+*26*+*27)*=*22,方差*=×*[(16*-*22)2*+*(18*-*22)2*+*(23*-*22)2*+*(26*-*22)2*+*(27*-*22)2]*=.*

所以甲、乙两位体操运动员中,得分的方差较大的是乙*.*

解法二由数据方差的性质可知,将原数据同时减去同一常数,所得新数据的方差与原数据的方差相同,所以将原数据同时减去20得,

甲的新数据为*-*2,*-*1,2,8,8,其平均数为*×*[*-*2*+*(*-*1)*+*2*+*8*+*8]*=*3,方差为*×*[(*-*2*-*3)2*+*(*-*1*-*3)2*+*(2*-*3)2*+*(8*-*3)2*+*(8*-*3)2]*=.*

乙的新数据为*-*4,*-*2,3,6,7,其平均数为*×*[*-*4*+*(*-*2)*+*3*+*6*+*7]*=*2,方差为*×*[(*-*4*-*2)2*+*(*-*2*-*2)2*+*(3*-*2)2*+*(6*-*2)2*+*(7*-*2)2]*=.*

所以甲、乙两位体操运动员中,得分的方差较大的是乙*.*

6*.*(1)由题中散点图可以判断,*y=c*1适宜作为该种鸡的时段产蛋量*y*关于鸡舍的时段控制温度*x*的回归方程类型*.*(2分)

(2)令*k=*ln *y*,建立*k*关于*x*的线性回归方程*k=dx+c*(*d=c*2,*c=*ln *c*1)*.*由题意,得*^d===*0*.*25,*=-^d=*3*.*60*-*0*.*25*×*17*.*40*=-*0*.*75,(6分)

所以*k*关于*x*的线性回归方程为*^k=*0*.*25*x-*0*.*75,*c*2*=*0*.*25,*c*1*=*e*-*0*.*75*=*0*.*47,

故*y*关于*x*的回归方程为*=*0*.*47e0*.*25*x.*(9分)

(3)由(2)知,当*x=*28时,鸡的时段产蛋量*y*的预报值*=*0*.*47e0*.*25*×*28*=*0*.*47e7*=*0*.*47*×*1 096*.*63≈515*.*42(t),

时段投入成本*z*的预报值*=*e*-*2*.*5*×*515*.*42*-*0*.*1*×*28*+*10*=*0*.*08*×*515*.*42*-*2*.*8*+*10≈48*.*43(万元)*.*

(12分)

7*.*(1)补全的2*×*2列联表如下:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *A*类用户 | 非*A*类用户 | 合计 |
| 青年 | 80 | 20 | 100 |
| 中老年 | 40 | 60 | 100 |
| 合计 | 120 | 80 | 200 |

(2分)

因为*K*2的观测值*k==*≈33*.*333*>*10*.*828*.*

所以有99*.*9*%*的把握认为“*A*类用户与年龄有关”*.*(4分)

(2)从这200人中按*A*类用户、*B*类用户、*C*类用户进行分层抽样,从中抽取10人,则*A*类用户6人、*B*类用户3人、*C*类用户1人*.*(5分)

设*A*类用户、*B*类用户、*C*类用户均存在的事件为事件*D*,则*P*(*D*)*===*,

所以在这4人中*A*类用户、*B*类用户、*C*类用户均存在的概率为*.*(7分)

(3)把频率作为概率,从支付宝所有用户(人数很多)中抽取3人,可近似看作3次独立重复试验,所以*X*的所有可能取值为0,1,2,3,且*X~B*(3,)*.*

*P*(*X=*0)*=×*(1*-*)3*=*,

*P*(*X=*1)*=××*(1*-*)2*=*,

*P*(*X=*2)*=×*()2*×*(1*-*)*=*,

*P*(*X=*3)*=×*()3*=.*(10分)

所以*X*的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |

数学期望*E*(*X*)*=*0*×+*1*×+*2*×+*3*×=*,

即*X*的数学期望为*.*(12分)

8*.*(1)25*+*10*+*5*=*40,

即随机抽取的100位会员中,至少消费2次的会员有40位,(2分)

所以估计该游泳馆1位会员至少消费2次的概率*P==.*(3分)

(2)第1次消费时,60*-*30*=*30(元),所以游泳馆获得的利润为30元,

第2次消费时,60*×*0*.*95*-*30*=*27(元),所以游泳馆获得的利润为27元,

第3次消费时,60*×*0*.*90*-*30*=*24(元),所以游泳馆获得的利润为24元,

第4次消费时,60*×*0*.*85*-*30*=*21(元),所以游泳馆获得的利润为21元,

因为*=*25*.*5(元),

所以这4次消费中,游泳馆获得的平均利润为25*.*5元*.*(6分)

(3)若会员消费1次,*P*1*==*,

则平均利润为30元,其概率为;

若会员消费2次,*=*(元),*P*2*==*,

则平均利润为元,其概率为;

若会员消费3次,*=*27(元),*P*3*==*,

则平均利润为27元,其概率为;

若会员消费4次,*=*(元),*P*4*==*,

则平均利润为元,其概率为*.*(8分)

由题意知,*X*的所有可能取值为0,,3,,

且*P*(*X=*0)*=×+×+×+×=*,

*P*(*X=*)*=*2*×*(*×+×+×*)*=*,

*P*(*X=*3)*=*2*×*(*×+×*)*=*,

*P*(*X=*)*=*2*××=*,

所以*X*的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 0 |  | 3 |  |
| *P* |  |  |  |  |

(10分)

数学期望*E*(*X*)*=*0*×+×+*3*×+×=*,

即*X*的数学期望*E*(*X*)为 元*.*